



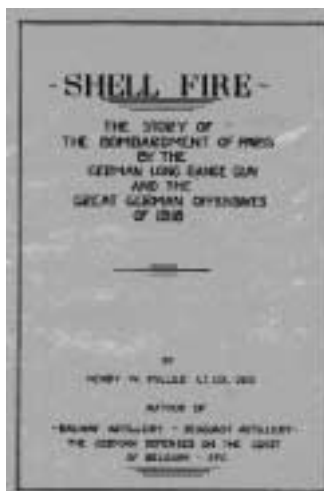
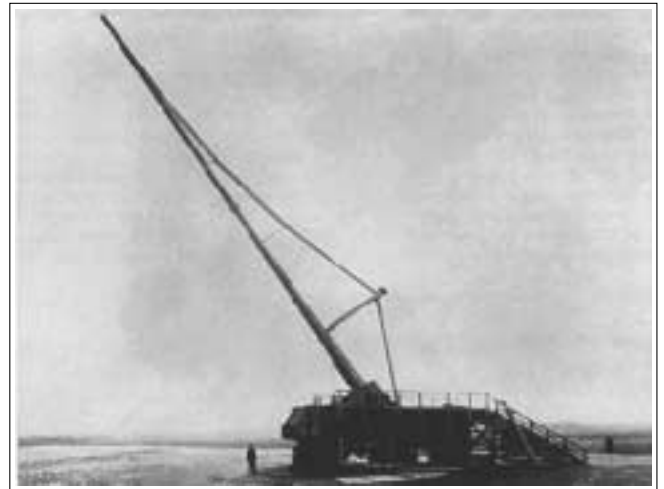
ברטה הגדולה

תותח ארוך טווח ממלחמת העולם הראשונה – קירוב ראשוני ופתרון נומרי של המסלול חזי יצחק, בית ספר תיכון לחינוך סביבתי, מדרשת שדה בוקר והמחלקה לפיזיקה, אוניברסיטת בן גוריון בנגב, באר שבע.

מילות מפתח: חיכוך אוויר, אטמוספירה, תנועה דו-ממדית, סימולציה נומרית, Mathematica 4.0.

כך כותב יעקב פרלמן בספרו "פיסיקה להנאתך" על העיקרון בו השתמשו המהנדסים הגרמנים שבנו את התותח: "המצאתם של תותחי הענק התאפשרה הודות לתגליתם של תותחנים גרמנים, תגלית אליה הגיעו במקרה בלבד. הם שמו לב, שכאשר לוע התותח מוטה בזווית גדולה, עברו הפגזים מרחק גדול בהרבה מהמצופה - 40 ק"מ במקום 20. כאשר נורה הפגז במסלול תלול לגובה, הוא מגיע לשכבת אטמוספירה דלילה, בעלת התנגדות אוויר חלשה. הפגז עובר בשכבה זו מרחק גדול למדי, לפני שהוא נופל שוב לאדמה". תותח אימתני זה היה למעשה נשק אסטרטגי ולא נשק טקטי והוא נועד לזרוע פחד ופאניקה בלב תושבי פריז. רמת הדיוק של התותח הייתה נמוכה, ניתן היה לפגוע בפריז אך לא במטרה מסוימת בה. התותח נבנה על ידי מהנדסים מקבוצת Krupp בראשותו של פרופסור Kausenberger והוא הוצב ביער St. Gobain. מרגלים גרמניים בפריז סייעו בטיווח הפגזים. בספר³ (תרשים 2) שהתפרסם בשנת 1930 מתוארות בפרוטרוט קורותיהם של 203 פגזים שנורו על פריז והנזק שגרמו.

באביב 1918, בשלהי מלחמת העולם הראשונה, נחתו 351 פגזי תותח בפריז. פגזים אלו נורו ממרחק של 115 ק"מ על ידי הגרמנים באמצעות תותח מיוחד שבנו שנקרא "ברטה הגדולה" או גם Paris Gun*. הפגזים גרמו ל-256 הרוגים ול-620 פצועים אך לא השפיעו על מהלך המלחמה. מה הייתה התגלית שאפשרה לגרמנים להגדיל את טווח הפגזים פי ארבעה ממה שהשיגו הטובים שבתותחים של אותם ימים? בסיפור מעניין זה נתקלתי תוך כדי קריאה בספרו של יעקב פרלמן "פיסיקה להנאתך"¹.



תרשים 2: שער ספרו של H.W. Miller המתאר את פגיעות הפגזים בפריז ואת הנזקים שהסבו.³

תרשים 1: "ברטה הגדולה", תותח ארוך טווח שנבנה על ידי הגרמנים והפגז את פריז ממרחק של 115 ק"מ מ-23 במרץ עד ה-7 באוגוסט 1918. התותח היה בנוי מצינור פלדה באורך של 34 מטר ובקוטר של 1 מטר. משקלו הכולל של התותח הגיע ל-138 טון² ומשקל כל קליע היה 120 ק"ג. מהירות הלוע של הפגז הייתה 2000 מטרים לשנייה. זווית הירי הייתה 52° והפגז תאר קשת ששיא גובהה היה 40 ק"מ. זמן התנועה של הפגז היה 170 שניות. כדאי לשים לב למערכת הכבלים שתמכה בקנה הארוך שהתנוודד במשך כ-2 דקות לאחר כל ירייה. כל קנה יועד לירות 60 פגזים וכל פגז היה בקוטר גדול במקצת מקוודמו משום שקוטר הקנה גדל כתוצאה ממעבר הפגז בקנה.

* הפגזים נורו על ידי שלושה תותחים מסוג Paris Gun

גופים בעלי צורה לא רגולרית. למעשה המודל הריבועי מתאר בקירוב טוב את תנועת רוב הגופים הכדוריים, שאנו מכירים מחיי היום יום, בהשפעת התנגדות האוויר. ניתן עתה לרשום את משוואות התנועה עבור תנועה של קליע שנורה בזווית. בציר האופקי יפעל רק הרכיב האופקי של כוח התנגדות האוויר; בציר האנכי יפעל, בנוסף לכוח הכובד, גם הרכיב האנכי של כוח התנגדות האוויר. משוואות התנועה יהיו אפוא:

$$\begin{aligned} ma_x &= -Bv^2 \cos\theta \\ (2) \quad ma_y &= -mg - Bv^2 \sin\theta \quad ; \quad B = \frac{1}{2} CA\rho \\ &\text{משקולים טריגונומטריים פשוטים נוכל לרשום:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \cos\theta &= \frac{v_x}{v} = \frac{v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} \\ \sin\theta &= \frac{v_y}{v} = \frac{v_y}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

כאשר θ היא הזווית הרגעית בין המהירות לכיוון ציר x . כאשר נציב את 3 במשוואות 2 נוכל לקבל את משוואות התנועה:

$$\begin{aligned} (4) \quad mv_x' &= -Bv_x(v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \\ mv_y' &= -mg - Bv_y(v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \end{aligned}$$

משוואות אלו הן משוואות דיפרנציאליות מצומדות עבור שני רכיבי המהירויות. **כלומר התנועה בציר x תלויה בתנועה בציר y ולהיפך.** לא ניתן להניח את ההנחה המקובלת עבור תנועה בליסטית בהעדר חיכוך אוויר שהמסלול נקבע על ידי סופרפוזיציה של המסלולים בציר x ובציר y . תוצאה זו נובעת מכך שהשתמשנו במודל לא ליניארי להתנגדות האוויר⁶. בצירוף תנאי התחלה מתאימים ניתן לבצע אינטגרציה של משוואות התנועה ולקבל את מסלול התנועה באמצעות התוכנה Mathematica 4.0 או באמצעות תוכנות דומות לה.

ב. השפעת הרכב האטמוספירה על התנועה

האטמוספירה היא שכבת האוויר העוטפת את כדור הארץ תודות לכוח המשיכה המונע את בריחת מולקולות הגז. מחצית ממסת האוויר נמצאת בתחום ה-5 ק"מ הראשונים מעל פני כדור הארץ⁷ ו-99% ממסת האוויר נמצאת מתחת לגובה של 46 ק"מ מעל פני כדור הארץ. תיאור סכימטי של השכבות השונות באטמוספירה מובא **בתרשים 3**:

במאמר זה אני מנסה לשחזר את מעוף הפגז של "ברטה הגדולה" בעזרת התוכנה Mathematica 4.0. הבאתי בחשבון את התנגדות האוויר וכן את תלות צפיפות האוויר בגובה. לקחתי מספר נתונים אמיתיים על הפגז כדי לקבל טווח של 115 ק"מ. בדרך כלל, בלימודי המכניקה בתיכון, בפרק הדן בתנועת קליעים, אנו מזניחים את התנגדות האוויר ומשתמשים בעיקרון שתנועת הקליע בציר x אינה תלויה בתנועה בציר y ; כמו כן הטווח המכסימלי מתקבל עבור זווית ירי של 45° . נראה בהמשך ששתי מסקנות אלו אינן בהכרח נכונות, כאשר מתחשבים בהתנגדות האוויר וכאשר מהירות הקליע גבוהה. באופן מעשי תנועת הפגז מסובכת מאד; הענף העוסק בתנועת פגזים לאחר עזבם את הקנה נקרא exterior ballistics. כדי לייצב את הפגז במעופו, הוקנה לו סיבוב על ידי חריטת סליל לאורך הקנה כך שלפגז היה גם תנע זוויתי סביב מרכז הכובד שלו. בהמשך הדיון אין אני כולל אפקטים הנובעים מסיבוב הפגז, משינוי זווית הפגז יחסית למסלול (attack angle), אפקטים הנובעים מהשפעת הרוח וכן מהשפעת כח קוריולי (Coriolis). כמו כן במהירויות על-קוליות השפעת התנגדות האוויר מסובכת יותר מן המודל הריבועי בו השתמשתי. אפקטים אלה מסבכים את החישוב לאין ערוך⁴. למעשה המחשב הראשון שפותח נועד לבצע חישובים נומריים של תנועת פגזים. מטרתי היא להדגים בעיקר את השפעת האטמוספירה על המסלול של פגזים ארוכי טווח ואין בכוונתי לבצע סימולציה נומרית מדויקת של מסלולים.

א. תנועה של קליע עם התנגדות אוויר

באופן כללי התנגדות האוויר הפועלת על גוף בתנועה תלויה במספר גורמים⁵: כיוון התנועה של הגוף, צורתו, גודלו, מידת הסיבוב של הגוף, תכונות האוויר ועוצמת הרוח. בדרך כלל ניתן להתחיל בבניית מודל פשוט יותר ורק אחר כך להוסיף הנחות במידת הצורך. עבור גופים קטנים הנעים במהירויות נמוכות כוח החיכוך של האוויר (drag force) פרופורציוני למהירות, ועבור גופים גדולים הנעים במהירויות גבוהות, כוח החיכוך R פרופורציוני לריבוע המהירות וניתן לרשום אותו באופן הבא⁴:

$$(1) \quad R = CpAv^2/2$$

כאשר ρ היא צפיפות האוויר, A הוא שטח החתך של הגוף, ו- C הוא מקדם חסר ממדים הנמדד באופן אמפירי ונקרא "מקדם גרר" (drag coefficient) שהוא מעין "מקדם חיכוך"; עבור גופים עגולים ערכו 0.5 והוא יכול להגיע גם ל-2 עבור

עתה נוסיף תלות זו של הצפיפות בגובה לתוך משוואות התנועה (4) של הפגז. תלות זו תופיע בתוך המקדם B שעתה יהיה תלוי בגובה y מעל פני כדור הארץ:

$$(6) \quad B = \frac{1}{2} CA\rho_0 \exp\left(\frac{-y}{H_0}\right)$$

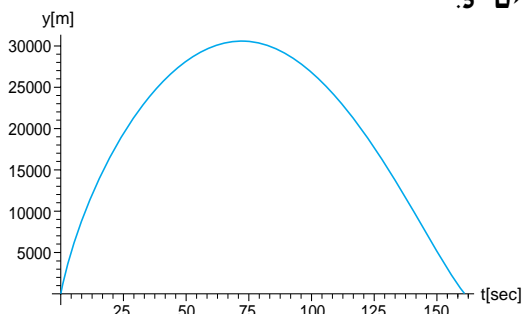
עדכון זה מסבך את המשוואות הדיפרנציאליות, אך זהו למעשה האפקט המעניין שאנו רוצים לכלול במודל.

ג. פתרון נומרי של המשוואות.

הפתרון הנומרי של מערכת המשוואות המתארות את תנועת הפגז תוך התחשבות בשינוי צפיפות האטמוספירה מתקבל באמצעות התוכנה Mathematica 4.0 (ראה הערה בסוף המאמר).

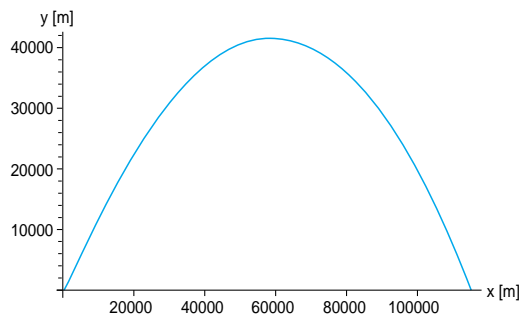
הפגז הוא בעל מבנה אווירודינמי ולכן ניתן להניח כי מקדם הגרר $C < 0.5$. חיפשתי ומצאתי, על ידי סימולציות נומריות, התאמה טובה לנתונים הניסיוניים עבור $C = 0.37$, כפי שמוצג

בתרשים 5.

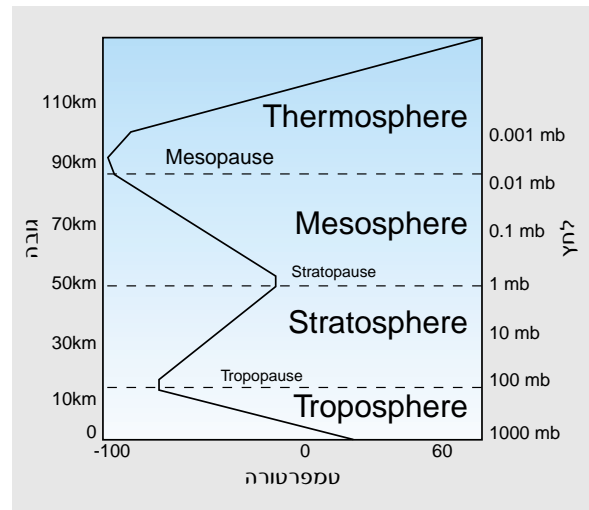


תרשים 5: הגובה y כפונקציה של הזמן עבור $C = 0.37$ ותנאי התחלה: $x(0) = 0, x'(0) = v_0 \cos\theta$
 $y(0) = 0, y'(0) = v_0 \sin\theta$
 $v_0 = 2000 \text{ m/s}, \theta = 52^\circ$

מתרשים זה ניתן לראות שהגובה המרבי שאליו הגיע הפגז היה כ- 41 ק"מ וזמן המעוף הכולל 185 שניות. ומה לגבי הטווח? ניתן לקבל מיידית את מסלול הפגז (תרשים 6):



תרשים 6: מסלול הפגז, ממנו ניתן לראות שהטווח המכסימלי הוא כ- 115 ק"מ.



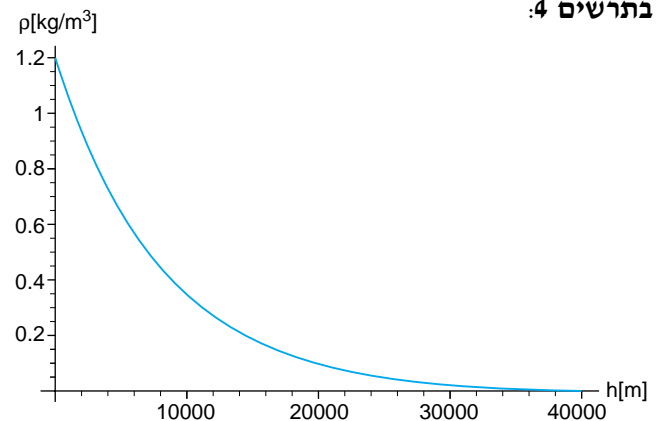
תרשים 3: מבנה סכימטי של השכבות השונות באטמוספירה. הפגז של "ברטה הגדולה" נע במשך כ-2 דקות בתוך הסטרטוספירה המשתרעת מגובה של 10 ק"מ ועד גובה של 50 ק"מ מעל פני כדור הארץ.

צפיפות האוויר קטנה כאשר הלחץ קטן והלחץ קטן כאשר הגובה גדל ולכן האוויר נעשה דליל יותר כאשר הגובה גדל. ניתן לתאר את השתנות הצפיפות של האטמוספירה כפונקציה של הגובה h על ידי הנוסחה:

$$(5) \quad \rho(h) = \rho_0 \exp\left(\frac{-h}{H_0}\right)$$

כאשר H_0 הוא קבוע השווה לעובי אטמוספירה הומוגנית. ערכו של קבוע זה עבור האטמוספירה של כדור הארץ הוא 7.99 ק"מ. (מודל זה אינו מתחשב בכך ש-g משתנה עם העלייה בגובה). ρ_0 מבטא את צפיפות האוויר בגובה פני הים וערכו הוא 1.2 ק"ג למטר מעוקב. הגרף המתקבל ממשוואה 5 מתואר

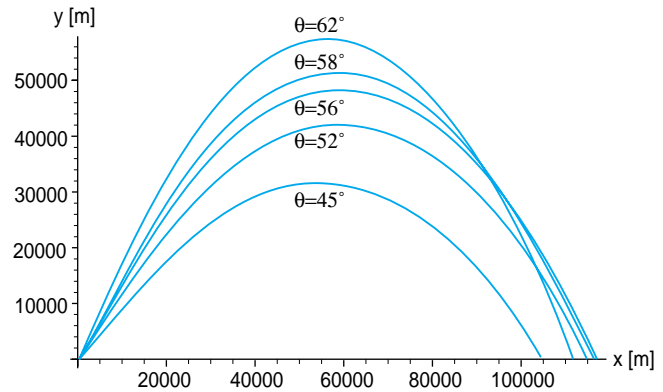
בתרשים 4:



תרשים 4: גרף המתאר את השתנות צפיפות האטמוספירה כתלות בגובה h מעל פני כדור הארץ. מהגרף ניתן לראות שבגובה 40 ק"מ צפיפות האוויר קטנה מאד.

ד. השפעת זווית הירי על טווח הפגז

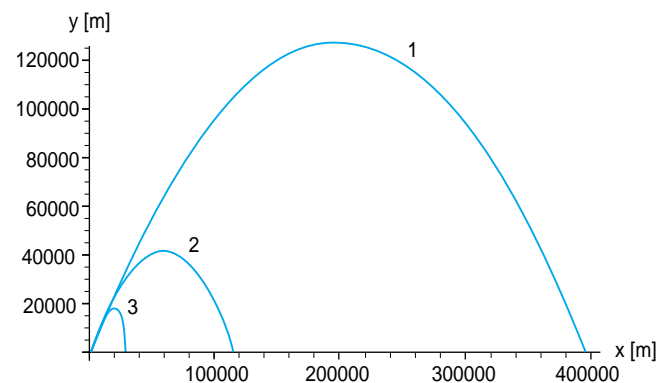
באמצעות סימולציות נומריות עבור זוויות ירי נוספות נוכל לקבל מסלולים שונים כמתואר **בתרשים 7**. מתרשים זה ניתן לראות שעבור זווית ירי של 45° טווח הירי קטן מאשר עבור זוויות ירי גבוהות יותר. כמו כן רואים שהטווח המכסימלי מתקבל עבור זווית ירי של כ- 56° והוא כ-116 ק"מ. נשאלת אפוא השאלה מדוע לא ירו הגרמנים בזווית הגבוהה מ- 52° ?



תרשים 7: מסלולי הירי עבור זוויות של 45° , 52° , 56° , 58° ו- 62° . מהתרשים ניתן לראות שהטווח המכסימלי מתקבל עבור זווית ירי של 56° .

כדאי גם לסרטט באותה מערכת צירים את מסלול הפגז עבור שלושה מקרים. האחד ללא התנגדות אוויר, השני עם התנגדות אוויר בו צפיפות האוויר קבועה והשלישי עם התנגדות אוויר בו צפיפות האוויר משתנה עם הגובה כפי שתואר במאמר זה.

המסלולים המחושבים הללו מוצגים **בתרשים 8**.



תרשים 8: מסלולי הפגז עבור זווית ירי של 52° , בשלושה מקרים: ללא התנגדות אוויר (מסלול עליון), עם התנגדות אוויר שצפיפותו אינה משתנה (מסלול תחתון) והמסלול האמצעי המתקבל עבור שכבת האוויר שצפיפותו משתנה עם העלייה בגובה.

תרשים 8 ממחיש עד כמה גדולה השפעת חיכוך האוויר על מסלול הפגז ועל סמך המודל שתיארתי טווח הפגז גדל כמעט פי ארבעה כאשר הכנסנו לחישוב את מבנה האטמוספירה. כיום משוגרים טילים בליסטיים **אנכית** כלפי מעלה, ורק כאשר הטיל מגיע לגובה בו התנגדות האוויר זניחה, הוא מוטה לזווית מתאימה, בערך 45° , זה המצב המתאים לחישוב הנעשה בבית הספר, וכך הטווח שלו גדל בהרבה.

הערה

למעוניינים לנסות ולשחזר את הפתרונות המובאים במאמר מומלץ להתקשר, בדואר אלקטרוני, עם חזי יצחק לפי אחת משתי הכתובות הבאות:

hezi01@netvision.net.il
yiyeh@bgumail.bgu.ac.il

תודות:

אני מודה ל- Dr. Yang Quan שאיפשר לי להשתמש בנתונים מתוך אתר האינטרנט שלו בנושא.

כמו כן אני מודה לפרופ. גבירול גולדרינג מהמחלקה לפיזיקה במכון ויצמן על הערותיו המועילות.

הערה: במאמר "The ballistic mystery of 'Paris Gun'" מאת Dr. Yang Quan שגיליתי לאחר כתיבת מאמר זה מופיעים נתונים מדויקים יותר לגבי נתוני התותח מאשר בספר "פיסיקה להנאתך" ובין היתר נכתב בו שמהירות הלוע של הפגז הייתה 1609.3 מטר לשנייה, זווית הירי הייתה 54° , והטווח היה בקירוב 132 ק"מ. נתונים אלה חשובים למי שמעוניין במודל מדויק ולא בהדגמת העקרונות הבסיסיים כפי שהייתה מטרתו. למי שמתעניין במודלים מדויקים ביותר הספר המומלץ בתחום הוא ספרו של McCoy⁸.

ביבליוגרפיה

1. פרלמן, י., פיסיקה להנאתך, עמ' 48-50, הוצאת ח. פרוינד, תשכ"ח.
2. <http://www.worldwar1.com/pharc005.htm>; באתר זה התותח נקרא Paris Gun.
3. Miller, H.W., Shell Fire; New York, 1930
http://www.secretsofwar.com/html/super_guns.html
באתר זה ניתן למצוא עמודים סרוקים מתוך הספר הנדיר הזה.
4. YangQuan Chen, The ballistic mystery of "Paris Gun", 1998.

7. Schneider, S.H., eds., Encyclopedia of climate and weather Vol. 1, p.55, Oxford University Press, 1996.
8. McCoy, R. L., Modern Exterior Ballistics: The launch and flight dynamics of symmetric projectiles, Schiffer Publishing Ltd., 1999.

את המאמר הזה ניתן להוריד מהרשת מהאתר:

<http://www.crosswinds.net/~yqchen/parisgun/>

5. Crummett, W.P., and Western, A. B., University Physics, p.143, Wm. C. Brown Publishers, 1994.
6. Lock, J. A., The physics of air resistance. The physics teacher, 20(3), p.158, 1982,.

תהודה

פליגה שלווים

מ"ברטה הגדולה" עד תותח העל של סדאם חוסיין

בשלהי מלחמת העולם הראשונה שימש תותח " ברטה הגדולה" או "תותח פריז", בעיקר כנשק אסטרטגי שמטרתו לפגוע במרכזי אוכלוסיה צפופים, כמו פריז, ולשבור את רוח התושבים. בדיעבד, לא הושגה המטרה. אבל הרעיון של תותח-על המשמש כמזניק פגזים לגובה רב באטמוספירה, המשיך לקנן במוחם של מהנדסים. אותו תיאור דמיוני של זיול וורן, על התותח היורה פגז אל הירח, הפך למחשבה הנדסית מבוקרת, בעיקר ביוזמתו של המדען ד"ר ג'ראלד בול (Gerald Bull), פרופסור באוניברסיטת McGill במונטריאול שבקנדה.

בתחילת שנות ה-60, במסגרת תוכנית מלחמת הכוכבים (S.D.I), ממנה ממשלת ארה"ב פרויקט שיזם ג. בול, בשם HARP (High Altitude Research Project). במסגרת פרויקט זה נבנו ונוסו שלושה תותחי-על באיי ברבאדוס. קוטר הקנה היה כ- 40 ס"מ ואורכו 52.5 מ', גובה התותח כגובה בנין בן 18 קומות. תותחים אלה, אכן, השיגו. תוצאות מרשימות ביותר. בשלב מאוחר יותר נזנחו תוכניות אלה לטובת טילים בליסטיים ובוטל פרויקט "HARP".

ד"ר ג'רי בול דבק ברעיונות שלו וחפש נואשות אפיקי שיווק לתותח העל שלו. בחיזוריו אחרי מממנים ולקוחות הגיע גם לישראל - ואנשי מערכת הביטחון התרשמו מן האיש ומיכולתו- הוא היה גאון בתחום הבליסטיקה והארטילריה. אולם בסופו של דבר, לא קיבלו את הצעתו.

אחרי דחיות חוזרות ונשנות מצד ארצות שונות הגיע ד"ר בול אל סדאם חוסיין ומסוף 1987 התחיל לייצר עבורו את תותח העל שלו.

באמצע מרץ 1990 קבע ד"ר בול פגישה עם ידידה, שהייתה עובדת בחברה שבבעלותו. בבואה לפגישה בשעות הערב, לדירתו שבפרבר יוקרתי של בריסל, מצאה אותו מת ברחבה שלפני המעלית - הוא נורה למוות על ידי שני כדורים מאקדח בעל משתיק קול. עד היום לא נודע מי ביצע את הרצח. בנו של ג'ראלד בול, מיכאל בול, טוען ש"המוסד" הוא שחיסל את אביו.

באמצע אפריל 1990, תפס והחרים המכס הבריטי את המשלוח האחרון של צינורות הענק בדרכם לעיראק. החברה הבריטית, שייצרה את הצינורות, טענה שהם מיועדים לחברה הפטרוכימית העיראקית ושרוב הצינורות כבר נשלחו עם אישור של משרד המסחר והתעשייה הבריטי. הדבר עורר תימהון; עיראק וכמובן גם בעלי החברה הבריטית המייצרת, הכחישו את הסברה שמדובר בפריטים לתותח-על. טיעון מרכזי בהכחשה היה היעדר מנגנוני הטעינה והרתיעה המיוחדים בגודלם ובתחכומם הדרושים כדי שצינורות אלה ישמשו כקני תותח. בהמשך התברר, מפרסומיה של חברה בריטית נוספת, כי היא סיפקה לעיראק, כבר ב-1989, ציוד הידראולי המתאים לשימוש כמנגנון רתע בתותח ענקי. מסמכים שנתפסו על ידי המכס הבריטי הראו כי חלק מהמפרטים הטכניים לציוד שסופק לעיראק הוכן על ידי חברה בלגית שהייתה בבעלותו של ג'י. בול. תודות לתחקירני עיתונות בריטיים התגלה, כי בספר שיצא כ-10 שנים קודם לכן, בשם "התותח של פריז" יש תרשימים מפורטים של תותח ענק לירי פגזים אל מעבר לאטמוספירה, והצינורות שהוחרמו על ידי המכס תואמים במדויק לצינורות בתרשימי הספר. אחד משני מחברי הספר היה ד"ר ג'רי בול.

איסוף מלוא העובדות לא הותיר ספק שהיה כאן ניסיון של עיראק להגשים את רעיונו של ד"ר ג'י. בול ולבנות תותח ענק היכול לשגר פגזים לגובה מאות קילומטרים בחלל ולטווח של למעלה מ-1600 ק"מ על פני כדור הארץ.